

Hadronspektroszkópiai módszerek a rács-kvantumszíndinamikában

Tóth Bálint

– Doktori értekezés tézisei –

Témavezető:

Dr. Fodor Zoltán, DSc.

Egyetemi tanár

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Elméleti Fizikai Tanszék

Department of Physics, University of Wuppertal

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Fizika Doktori Iskola

Doktori iskola vezetője: Dr. Horváth Zalán

Részecskefizika és csillagászat program

Doktori program vezetője: Dr. Csikor Ferenc

Budapest, 2010

1. Bevezetés

Az erős kölcsönhatás általánosan elfogadott elmélete a standard modell szerves részét képező kvantumszindinamika (QCD). Az egyik legfontosabb tulajdonsága az aszimptotikus szabadság, amelynek értelmében az energiaskála növelésével a csatolási állandó csökken. Ennek következtében a nagyenergiás folyamatok, és a nagyon magas hőmérsékleti viselkedés leírására a perturbációs számítás jól alkalmazható, így lehetőség nyílt az elmélet nagyenergiás ütközésekkel történő ellenőrzésére.

A kvantumszindinamikára alacsony energián viszont a bezárás a jellemző. Ez annak a következménye, hogy a kvarkokat egymástól eltávolítva a potenciál közöttük lineárisan nő. Emiatt szabad kvarkokat és gluonokat a kísérletekben előállítani nem lehet, azoknak csak kötött állapotait, a hadronokat tudjuk megfigyelni. Ebben az energiatartományban a csatolási állandó olyan nagyvá válik, hogy a perturbatív módszerek nem működnek, így a perturbációs számítás a kísérletekben jól megfigyelhető hadronok, például a nukleonok és pionok leírására nem alkalmas. Ennélfogva szükségessé vált a QCD alacsonyenergiás tartományának vizsgálatára egy megbízható, nemperturbatív módszer.

Ez vezetett a rács-QCD kifejlesztéséhez. A módszer a kezdeti megjelenése óta nagyon sokat fejlődött, és a számítógéptechnika ezzel párhuzamos fejlődésének következtében ma már a hadronok nemperturbatív vizsgálatának elsődleges eszközévé vált.

A Θ^+ pentakvarkra utaló jel első kísérleti észlelését követően több rácsélmélettel foglalkozó csoport is kísérletet tett a Θ^+ rácson történő kimutatására, és a kísérletileg még ismeretlen kvantumszámainak meghatározására. Ezen eredmények azonban egymásnak ellentmondani látszottak. Így szükségessé vált egy olyan átfogó keresés, melynek során a Θ^+ tömegéig mindkét paritás-csatornában minden más, a Θ^+ ismert kvantumszámaival azonos kvantumszámokkal rendelkező állapotot be lehet azonosítani. Ehhez azonban a pentakvark lehetséges bonyolult hullámfüggvénye miatt a triviális térbeli szerkezettel rendelkező operátorok nem elegendőek. Doktori értekezésem egyik célja a megfelelő spinel rendelkező, nemtriviális térszerkezetű operátorok előállítás, valamint a Θ^+ mindkét paritás-csatornát átfogó, az így előállított operátorok segítségével történő keresése.

A Θ^+ spektroszkópiája kapcsán is előkerülő nehézség, miszerint a keresett állapotnak nemcsak a kvantumszámait, hanem a hullámfüggvényét is ismerni kell, motiválta a doktori értekezésem másik célját: egy olyan spektroszkópiai módszer kidolgozása, amely pusztán a keresett állapot kvantumszámai alapján megadja annak tömegét.

2. Az alkalmazott módszerek

A számolásokhoz minden esetben a legegyszerűbb mértékinvariáns mérték-hatást, a Wilson plakett-hatást használtuk. Mivel a stabil hadronok spektrumát a dinamikus fermionok nélkül készült konfigurációkkal végzett rács-számolások is nagyon jól visszaadják, a Θ^+ pentakvark kereséséhez mi is csak a mérték-hatást használtuk a mérték-konfigurációk előállítására. A kvark-propagátorok meghatározásához a Wilson-féle fermion diszkrétizációt alkalmaztuk.

A rácsállandó meghatározásához a statikus kvark-antikvark potenciált használtuk. Finomabb rácsok esetén a Sommer-paraméter $r_0 = 0.469(7)$ fm értékét, durvább rácsok esetében a hűrfeszültség $\sqrt{\sigma} = 465$ MeV értékét vettük alapul.

A Θ^+ pentakvark kereséséhez a használt rácsok térirányú mérete $L_s = 2.24$ fm és $L_s = 1.86$ fm volt. Ilyen dobozméretnél a Θ^+ a pozitív paritású csatornában az alapállapot, a negatív paritású csatornában pedig a második legalacsonyabb energiájú állapot. A pentakvark megbízható észleléséhez mindkét paritási csatornában a Θ^+ várható tömege fölötti első szórásállapotig bezárólag minden nukleon-kaon ($N-K$) szórásállapotot azonosítani kell, és a Θ^+ állapotot ezekről egyértelműen meg kell tudni különböztetni, ezért az alkalmazott rácsméretek esetén legalább három negatív paritású, és legalább kettő pozitív paritású, egymástól független operátorra van szükség.

Mivel az irodalomban fellelhető, a pentakvark hullámfüggvényére vonatkozó javaslatok egy része nem valósítható meg triviális térbeli szerkezettel rendelkező operátorokkal, a számolásokhoz nemtriviális térbeli elrendezésű operátorokat is használtunk:

– Negatív paritású operátorok:

O_1 : Triviális térbeli szerkezetű nukleon-kaon.

O_2 : Triviális térbeli szerkezettel rendelkező dikvark-dikvark-antikvark.

O_3 : $L_s/2$ -vel eltolt, nulla relatív impulzusmomentummal rendelkező nukleon-kaon.

– Pozitív paritású operátorok:

O_4 : Egy rácsállandónyival eltolt, $l = 1$ relatív impulzusmomentummal rendelkező dikvark-dikvark-antikvark.

O_5 : $L_s/4$ -gyel eltolt, $l = 1$ relatív impulzusmomentummal rendelkező nukleon-kaon.

Annak megállapításához, hogy a fenti operátoroknak milyen lineáris kombinációjaként adódnak a legalacsonyabb energiájú állapotok hullámfüggvényei, a gluonlabdák spektroszkópiájában már sikeresen alkalmazott keresztkorrelációs módszert használtuk.

A fizikai kvarktömegekhez közeli, nagyon alacsony kvarktömegek esetén az öt-kvark operátorok korrelátorainak meghatározása Wilson fermionokkal nagyon számításigényes, és a kapott propagátorok meglehetősen zajosak. Emiatt a fizikainál magasabb, $m_\pi = 400 - 630$ MeV piontömegekkel dolgoztunk, így nem a különböző állapotok m tömegeit, hanem a kvarktömegekre jóval érzékenyebb, a $N - K$ rendszer össztömegével lenormált $m/(m_N + m_K)$ értékeket vizsgáltuk.

Az állapotok tömegének termodinamikai alapon történő meghatározásához azt a tényt vettük alapul, hogy egy adott kvarkszám-szektor szabadenergiája nullához közeli hőmérsékleten olyan lineáris hőmérsékletfüggést mutat, amelynek meredeksége az adott szektor alapállapotának multiplicitását adja meg, $T = 0$ tengelymetszete pedig az alapállapot tömegével egyenlő.

Ha a nagykanonikus állapotösszeget a képzetes kémiai potenciálok függvényének tekintjük, akkor a kanonikus állapotösszegek a nagykanonikus állapotösszeg Fourier-sorának együtthatói. Így az egyes kvarkszám-szektorok szabadenergiájának méréséhez a nagykanonikus állapotösszeg megfelelő Fourier-együtthatóját kell meghatározni.

A nemnulla kémiai potenciál melletti nagykanonikus állapotösszeget úgy írtuk fel, mint a kémiai potenciált tartalmazó és az azt nem tartalmazó fermion-determinánsok hányadosának a nulla kémiai potenciál mellett vett várható értéke. A determináns-hányados kémiai potenciáltól való függése kifejezhető a redukált fermionmátrix λ sajátértékeivel. Ezen sajátértékek azonban rendelkeznek a $\lambda \leftrightarrow 1/\lambda^*$ szimmetriával, így a determináns-hányados felírásában a redukált fermionmátrixnak pusztán a komplex egységkörön belül található sajátértékei szerepeltek.

Alacsony hőmérsékleten a komplex egységkörön belüli sajátértékek nagyon kicsik, így a determináns-hányados kifejezhető ezen sajátértékek szerinti sorfejtés formájában. A sorfejtésbe ezen sajátértékek közül csak a legnagyobbak adnak jelentős járulékot. A redukált fermionmátrixot numerikusan nagy számábrázolási pontosságot használva állítottuk elő, míg az egységkörön belüli sajátértékek közül a jelentős járulékot adókat a dupla pontosságú ARPACK függvénykönyvtár segítségével határoztuk meg.

A spektroszkópiai módszer teszteléséhez numerikus számolásokat a Kogut–Susskind (staggered) fermion-diszkrétizáció használatával végeztünk. Annak vizsgálatára, hogy a staggered gyökvonás befolyásolja-e az eredményeket, a különböző számolásokban 2, 4 ill. 8 dinamikus kvark-ízt használtunk.

3. Eredmények

1. Megmutattam, hogy a nemtriviális térbeli szerkezetű, de határozott spinnel nem rendelkező öt-kvark operátorokból kiindulva, azok elforgatottjainak lineáris kombinációjaként hogyan állíthatók elő a rács szimmetriacsoportjának, a köbös csoportnak, a kontinuumbeli $s = \frac{1}{2}$ spinnek megfelelő ábrázolásához tartozó operátorok.
2. Ezen módszer felhasználásával előállítottam a pentakvark kereséséhez használt operátorbázist. A nemtriviális térbeli szerkezet kiaknázhatóságának következtében mindkét paritás-csatornában lehetőség nyílt mind a nukleon-kaon rendszernek, mind a pentakvark lehetséges dikvark-dikvark-antikvark szerkezetének megfelelő, feles spinnel rendelkező operátorok előállítására. Az így kapott operátorbázis segítségével mindkét paritás-csatornában sikerült a pentakvark várható tömege fölötti energiáig bezárólag mindegyik nukleon-kaon szórásállapotot beazonosítani.
3. A kanonikus állapotösszegek meghatározásához a determináns-hányadosnak, mint a képzetes kémiai potenciálok függvényének a Fourier-együtthatóit kell mérni nulla kémiai potenciál mellett készült mérték-konfigurációkon. Megmutattam, hogy egytől különböző Wilson-paraméter használatakor Wilson fermionok esetén is előállítható a staggered redukált fermionátrixszal analóg mátrix, és ennek sajátértékei segítségével Wilson fermionok esetére is felírtam determináns-hányadosnak a kémiai potenciáltól való explicit függését.
4. A determináns-hányados Fourier-együtthatóit mind staggered, mind Wilson fermionok esetére kifejeztem a redukált fermionmátrixnak a komplex egységkörön belül levő sajátértékei szerinti hatványsor formájában. Megmutattam, hogy a Z_3 szimmetria felhasználásával hogyan tüntethetők el a sorfejtésből a várható értékben nullát adó, nem Z_3 -invariáns tagok. A redukált fermionmátrix szimmetriáját kihasználva kidolgoztam egy robusztus módszert a sorfejtés tagjaiban a jelentős járulékot adó sajátértékek numerikus meghatározására.
5. Megmutattam, hogy annak ellenére, hogy a termodinamikai megfontolásokon alapuló spektroszkópiai módszer barionok vizsgálatára a gyakorlatban alkalmatlannak bizonyult, a különböző izospin-szektorok alapállapotú energiájának meghatározására használható. A módszert dinamikus staggered fermionokkal numerikus számolásokat végezve is ellenőriztem. Bemutattam, hogy az $I_3 = 1$ izospin-csatorna legkisebb energiájú állapotának, a Goldstone-pionnak a tömegére kapott eredmény konzisztens az euklideszi korrelátoron alapuló spektroszkópiai módszerrel kapottal.

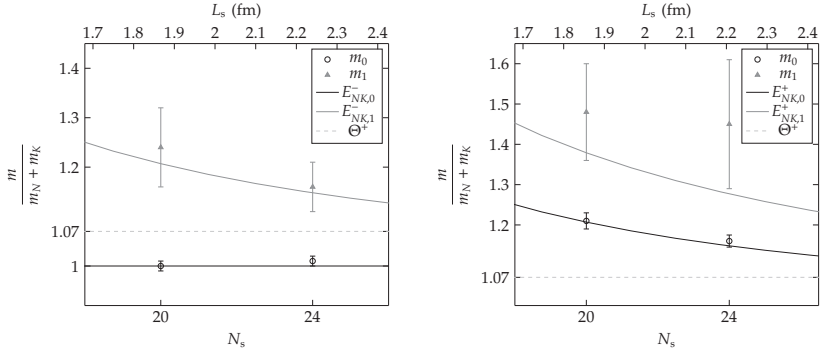
4. Következtetések

A Θ^+ pentakvark keresésére irányuló számolások során mind a negatív, mind a pozitív paritású csatornában a megtalált két legkisebb energiájú állapot tömege mindkét térforaton konzisztensnek adódott a legelső két nukleon-kaon szórásállapottal (1. ábra). Ezen állapotok hullámfüggvényét megvizsgálva szintén az a következtetés vonható le, hogy ezek nem a keresett pentakvark állapotok: a pozitív paritású csatornában, ahol a Θ^+ lenne a várható legalacsonyabb energiájú állapot, a dikvark-dikvark-antikvark típusú operátor elhanyagolható járulékot ad az alapállapotba, és a negatív paritású csatornában a dikvark-dikvark-antikvark típusú operátor szintén kis mértékben járul hozzá a két legkisebb tömegű állapothoz (2. ábra). Így tehát mindkét paritás-csatornában megtaláltuk és beazonosítottuk a $N - K$ szórásállapotokat a Θ^+ pentakvark várható tömege fölötti energiáig bezárólag. Feltételezve, hogy az $m_{\Theta^+}/(m_N + m_K)$ mennyiség nem függ jelentősen a kvarktömegektől, az eredményekből az állapítható meg, hogy nem találtunk a Θ^+ pentakvarkra utaló jelet.

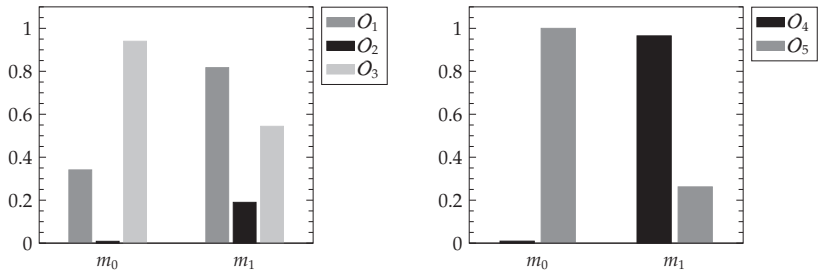
A kanonikus állapotösszegeken alapuló spektroszkópiai módszer elméletben ugyan alkalmazható barionok tömegének, vagy akár több-barionos rendszerek kötési energiájának vizsgálatára, gyakorlatilag azonban az ilyen jellegű számolások olyan számításgigényesek, hogy nem kivitelezhetők. A különböző izospin-szektorok alapállapot energiájának vizsgálata azonban lehetséges. Az $I_3 = \pm 1$ szektorban az alapállapot a Goldstone-pion, a magasabb izospin-szektorok vizsgálatával pedig akár a pion-pion kölcsönhatás is vizsgálható. A numerikus eredmények azt mutatták, hogy a staggered gyökvonástól függetlenül a termodinamikai megfontoláson alapuló spektroszkópiai módszer konzisztens az euklideszi korrelátoron alapuló eljárással (3. ábra).

5. A tézisek alapjául szolgáló közlemények

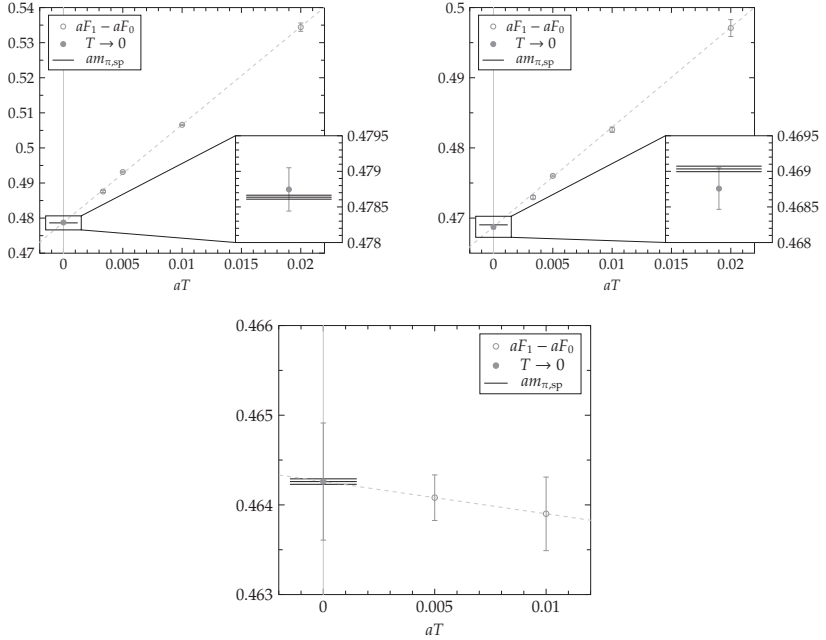
- F. Csikor, Z. Fodor, S. D. Katz, T. G. Kovacs & B. C. Toth, *A comprehensive search for the Θ^+ pentaquark on the lattice*, Phys. Rev. D73:034506, 2006. [arxiv:hep-lat/0503012].
- Z. Fodor, K. K. Szabo & B. C. Toth, *Hadron spectroscopy from canonical partition functions*, JHEP 08:092, 2007. [arxiv:0704.2382].



1. ábra. A negatív (balra) ill. a pozitív (jobbra) paritású csatornában a legalacsonyabb két állapot mért tömege, és a legszűk két $N - K$ szórásállapot energiája a dobozméret (rácsméret) függvényében. A szaggatott vonal a Θ^+ pentakvarknak a kísérleti várakozások szerinti helyét mutatja.



2. ábra. Az egyes operátorok járulékai a negatív (balra) ill. a pozitív (jobbra) paritású csatorna legkisebb tömegű két állapotában.



3. ábra. A 2 (balra fent), 4 (jobbra fent) ill. 8 (alul) staggered kvark-íz esetében mért szabadenergia-különbségek a hőmérséklet függvényében. A szaggatott vonalak az illesztett egyeneseket mutatják, a $T \rightarrow 0$ tengelymetszetek pedig az euklideszi korrelátor segítségével kapott piontömegekkel összehasonlítva láthatók.